Beschreibungskomplexität von Splicing-Systemen – Definitionen

Definition: i) Für ein Splicing-System $G = (V, R, A)$ bzw. ein erweitertes Splicing-System $G = (V, T, R, A)$ definieren wir die Komplexitätsmaße $r(G)$, $a(G)$ and $l(G)$ durch

$$r(G) = \max\{|u| \mid u = u_i \text{ for some } u_1\#u_2\$u_3\#u_4 \in R,\ 1 \leq i \leq 4\},$$

$$a(G) = \#(A),$$

$$l(G) = \max\{|z| \mid z \in A\}.$$

ii) Für eine Sprachfamilie $\mathcal{L}$, $n \geq 1$ und $m \in \{a, l\}$ definieren wir die Familien $\mathcal{L}_n(r, \mathcal{L})$ und $\mathcal{L}_n(m, \mathcal{L})$ als die Menge aller Sprachen $L(G)$, die von einem Splicing-System $G = (V, R, A)$ mit $r(G) \leq n$ und $A \in \mathcal{L}$ bzw. $m(G) \leq n$ und $R \in \mathcal{L}$ erzeugt werden.

iii) Analog definieren wir die Mengen $\mathcal{L}_n(em, \mathcal{L})$ mit $m \in \{r, a, l\}$, indem wir erweiterte Splicing-Systeme (anstelle von Splicing-Systemen) verwenden.

Beschreibungskomplexität von Splicing-Systemen – Resultate

Satz: Für $n \geq 1$ gelten

$$\mathcal{L}(FIN) \subset \mathcal{L}_n(r, \mathcal{L}(FIN)) \subset Spl(\mathcal{L}(FIN), \mathcal{L}(FIN))$$

und

$$\mathcal{L}_n(r, \mathcal{L}(FIN)) \subset \mathcal{L}_{n+1}(r, \mathcal{L}(FIN))$$

Satz: Für $\mathcal{L} \in \{\mathcal{L}(REG), \mathcal{L}(CF), \mathcal{L}(RE)\}$ und $n \geq 1$ gilt $\mathcal{L}_n(r, \mathcal{L}) = \mathcal{L}$.

Satz: Für $n \geq 1$ gilt $\mathcal{L}_n(ea, \mathcal{L}(REG)) = \mathcal{L}(RE)$.

Satz: Für $n \geq 2$ gilt $\mathcal{L}_1(el, \mathcal{L}(REG)) \subset \mathcal{L}_n(el, \mathcal{L}(REG)) = \mathcal{L}(RE)$.

Fortsetzung nach rechts

Für $x \in W_\varrho(V)$ mit $x = x_1x_2x_3$, $y \in W_\varrho(V)$ definieren wir $\mu_r(x, y)$ durch

1. $x_1x_2 \left[\begin{smallmatrix} u \\ v \end{smallmatrix}\right] y'$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} u \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ v \end{smallmatrix}\right) y'$ $(u, v \in V^*$, $y' \in R_\varrho(V)$,
2. $x_1x_2 \left[\begin{smallmatrix} u \\ v \end{smallmatrix}\right] y'$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ v \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} u \\ \lambda \end{smallmatrix}\right) y'$ $(u, v \in V^*$, $y' \in R_\varrho(V))$,
3. $x_1x_2 \left[\begin{smallmatrix} u \\ v \end{smallmatrix}\right] \left(\begin{smallmatrix} u' \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} uu' \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ v \end{smallmatrix}\right)$ $(u, v, u' \in V^*, y' \in R_\varrho(V))$,
4. $x_1x_2 \left[\begin{smallmatrix} u \\ v \end{smallmatrix}\right] \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ v' \end{smallmatrix}\right)$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} u \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ vv' \end{smallmatrix}\right)$ $(u, v, v' \in V^*$, $y' \in R_\varrho(V))$,
5. $x_1x_2 \left(\begin{smallmatrix} uv \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} u \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} v \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$ $(u, v \in V^*)$,
6. $x_1x_2 \left[\begin{smallmatrix} v \\ u \end{smallmatrix}\right] \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ u' \end{smallmatrix}\right)$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ uu' \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} v \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$ $(u, v, u' \in V^*)$,
7. $x_1x_2 \left[\begin{smallmatrix} v \\ u \end{smallmatrix}\right] \left(\begin{smallmatrix} v' \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ u \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} vv' \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$ $(u, v, v' \in V^*)$,
8. $x_1x_2 \left(\begin{smallmatrix} uv \\ \lambda \end{smallmatrix}\right)$, falls $x_3 = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ u \end{smallmatrix}\right)$, $y = \left(\begin{smallmatrix} \lambda \\ v \end{smallmatrix}\right)$ $(u, v \in V^*)$.

Sticker-System – Definition

Definition: i) Ein *Sticker-System* ist ein Quadruple $G = (V, \varrho, A, D)$, wobei
– V ein Alphabet ist,
– $\varrho \subset V \times V$ eine symmetrische Relation über V ist,
– A eine endliche Teilmenge von $LR_\varrho(V)$ ist, und
– D eine endliche Teilmenge von $W_\varrho(V) \times W_\varrho(V)$ ist.

ii) Wir sagen, dass $y \in LR_\varrho(V)$ aus $x \in LR_\varrho(V)$ genau dann in einem Schritt erzeugt wird und schreiben dafür $x \Longrightarrow y$, wenn $y = \mu_l(\mu_r(x, y_2), y_1)$ für gewisse $(y_1, y_2) \in D$ gilt.

iii) Die von G erzeugte Molekül-Sprache $ML(G)$ und Wort-Sprache $wL(G)$ definieren wir durch

$$ML(G) = \{z \mid x \Longrightarrow^* z,\ x \in A,\ z \in \begin{bmatrix} V \\ V \end{bmatrix}_\varrho^+\}$$

und

$$wL(G) = \{w \mid \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} \in ML(G) \text{ for some } v \in V^+\}\,.$$

Spezielle Sticker-Systeme I

Definition: Ein Sticker-System $G = (V, \varrho, A, D)$ heißt

- *einseitig*, wenn $u = \binom{\lambda}{\lambda}$ oder $v = \binom{\lambda}{\lambda}$ für jedes Paar $(u, v) \in D$ gilt,
- *regulär*, wenn $u = \binom{\lambda}{\lambda}$ für jedes Paar $(u, v) \in D$ gilt,
- *einfach*, wenn $uv \in \binom{V^*}{\lambda}$ oder $uv \in \binom{\lambda}{V^*}$ für jedes Paar $(u, v) \in D$ gilt.

Spezielle Sticker-Systeme II

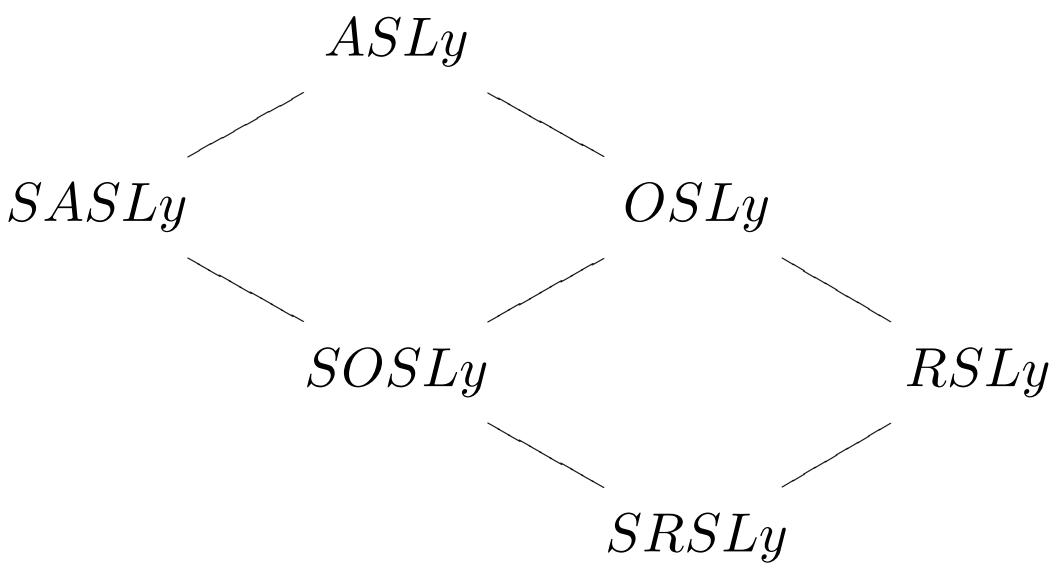
Definition: i) Für ein Sticker-System $G = (V, \varrho, A, D)$ und eine natürliche Zahl $d \geq 1$ definieren wir die Sprache $ML_d(G)$ als die Menge aller Moleküle $y \in \begin{bmatrix} V \\ V \end{bmatrix}_{\varrho}^{*}$ mit einer Ableitung $x = x_0 \Longrightarrow x_1 \Longrightarrow x_2 \Longrightarrow \ldots \Longrightarrow x_k = y$ mit $x \in A$ und $d(x_i) \leq d$ für $0 \leq i \leq k$.

ii) Wir sagen, dass die Molekülsprache $L \subset \begin{bmatrix} V \\ V \end{bmatrix}_{\varrho}^{*}$ oder die Wort-Sprache $L' \subset V^*$ mit *beschränkter Verzögerung* erzeugt werden, wenn es ein Sticker-System $G = (V, \varrho, A, D)$ und eine natürliche Zahl $d \geq 1$ so gibt, dass $ML(G) = ML_d(G)$ und $L = ML(G)$ bzw. $L' = wL(G)$ gelten.

Sticker-Systeme – Resultate I

Lemma: Für $X \in \{A, O, R, SA, SO, SR\}$ gilt $XSL(b) \subseteq XSL$.

Lemma: Für $y \in \{(b), \lambda\}$ gilt das folgende Diagramm.



Sticker-Systeme – Resultate II

Lemma: $ASL \subseteq \mathcal{L}(CS)$.

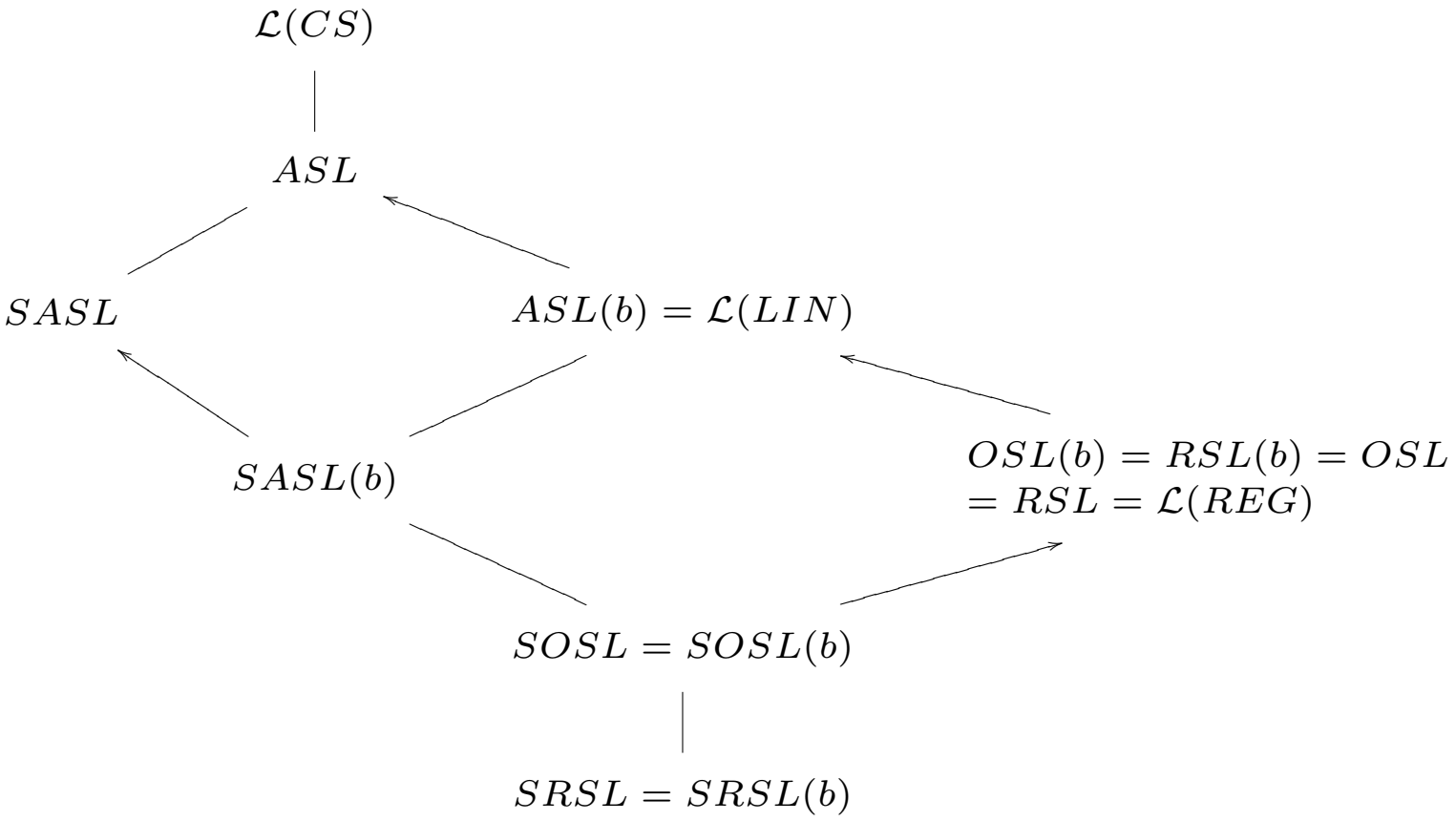
Lemma: $OSL \subseteq \mathcal{L}(REG)$.

Lemma: $SOSL(b) = SOSL$ und $SRSL(b) = SRSL$.

Lemma: $\mathcal{L}(REG) \subseteq RSL(b)$.

Lemma: $ASL(b) = \mathcal{L}(LIN)$.

Lemma: There is a regular language which is not in $SOSL$.

Sticker-Systeme – Resultate III

Satz: Es gilt das folgende Diagramm.