Magdeburg, den 10.11.2013

Theoretische Informatik I
Übungsblatt 3
zur Vorlesung von Prof. J. Dassow
im Wintersemester 2013/14 am HPI

1. Es sei $t \geq 1$.

   a) Beweisen Sie, dass jedes **LOOP/WHILE**-Programm der Tiefe t höchstens $2t$ Variable benutzt.

   b) Bestimmen Sie die Anzahl der **LOOP/WHILE**-Programme der Tiefe t, die genau die Variablen $x_1, x_2, \ldots x_{2t}$ benutzen.

2. a) Es sei $g(x) = x \mod 2$. Bestimmen Sie die Funktion $h(x) = (\mu y)[add(g(P_1^2(x,y)), P_2^2(x,y))]$.

   b) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$geq(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq y, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

   primitiv-rekursiv ist und bestimmen Sie $(\mu y)[\overline{sg}(geq(pot(m+2,y), n+1))]$.

3. Es sei $g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ eine partiell-rekursive Funktion. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{falls } g(x) \text{ definiert und } g(x) > 0, \\ \text{nicht definiert} & \text{sonst} \end{cases}$$

   ebenfalls partiell-rekursiv ist.

4. Beweisen Sie, dass die Funktion $f \colon \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

   primitiv-rekursiv ist!

5. Es sei $g \colon \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ eine primitiv-rekursive Funktion. Zeigen Sie, dass dann auch die Funktion f, definiert durch

$$f(n_1, n_2) = \begin{cases} n_1 & \text{für } n_2 = 0 \\ \underbrace{g(g(\ldots g(}_{n_2-\text{mal}} n_1)\ldots)) & \text{sonst} \end{cases},$$

   primitiv-rekursiv ist.