Magdeburg, den 7.12.2013

Theoretische Informatik I
Übungsblatt 7
zur Vorlesung von Prof. J. Dassow
im Wintersemester 2013/14 am HPI

1. Es sei X ein Alphabet mit $\{0,1\} \subseteq X$. Zeigen Sie, dass die Menge aller Wörter $w \in X^*$, die mit 0 beginnen und enden und in denen mindestens eine 1 vorkommt, entscheidbar ist.
2. Zeigen Sie, dass die Menge der Primzahlen (als Teilmenge von $\mathbb{N}_0$) entscheidbar ist.
3. Beweisen Sie, dass aus der Entscheidbarkeit von $M \subseteq X^*$ die Entscheidbarkeit von $X^* \setminus M$ folgt.
4. Es sei X ein Alphabet mit $1 \in X$. Eine Teilmenge M von X^* heißt rekursiv-aufzählbar, wenn die Funktion
$$\varphi'_M(x) = \begin{cases} 1 & x \in M \\ \text{nicht definiert} & x \in X^* \setminus M \end{cases}$$
Turing-berechenbar ist.

   a) Beweisen Sie, dass jede entscheidbare Menge $M \subseteq X^*$ rekursiv-aufzählbar ist.

   b) Beweisen Sie, dass eine Menge $M \subseteq X^*$ genau dann entscheidbar ist, wenn M und $X^* \setminus M$ rekursiv-aufzählbar sind. (Es reicht, eventuell benötigte Turing-Maschinen informal zu beschreiben.)