Theoretische Informatik

Übungsblatt 9
(für die 51. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. Till Mossakowski
im Wintersemester 2014/2015

Magdeburg, 10. Dezember 2014

1. Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $L = \{a^k ba^{2k} ba^{3k} \mid k \geq 0\}$ ist kontextfrei.

2. Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid 0 \leq i \leq j \leq k\}$ ist kontextfrei.

3. Beweisen oder widerlegen Sie: Die Sprache $L = \{xy \mid x, y \in \{a, b\}^*,\ |x| = |y|\}$ ist kontextfrei.

4. a) Gegeben seien die kontextfreie Sprache $L = \{(ab)^n c^n | n \geq 0\}$ sowie der Homomorphismus $h\colon \{a, b, c\}^* \to \{0, 1\}^*$ mit $h(a) = 00$, $h(b) = 01$ und $h(c) = 10$.
   Wandeln Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b, c\}, \{S \to abSc \mid \varepsilon\}, S)$ mit $L(G) = L$ in eine kontextfreie Grammatik G' um, die $h(L)$ erzeugt. Formen Sie dazu die rechten Seiten der Regeln von G geeignet um.

   b) Begründen Sie, warum für jede beliebige kontextfreie Sprache L über einem Alphabet Σ und für jeden Homomorphismus $h\colon \Sigma^* \to \Gamma^*$ die Sprache $h(L)$ stets kontextfrei ist.

5. Es sei $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, R, S)$ mit

$$\begin{aligned} R = \{S &\to AB \mid BC \\ A &\to BA \mid a \\ B &\to CC \mid b \\ C &\to AB \mid a\} \end{aligned}$$

   eine kontexfreie Grammatik in Chomsky Normalform. Bestimmen Sie mit Hilfe des in der Vorlesung angegebenen Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami, ob das Wort *baaba* zu $L(G)$ gehört sowie welche Präfixe von *baaba* von G erzeugt werden und welche nicht.

6. Es sei G eine kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform. Beweisen Sie, dass jeder Syntaxbaum für ein Wort der Länge n aus $L(G)$ genau $2n - 1$ Knoten besitzt, die mit Nichtterminalen beschriftet sind.