

1. Übung zur Vorlesung *Theoretische Informatik (IngIF, Sekundarschule)*  
 Sommersemester 2003 19.04.2004

---

Termin: 27.04. bzw. 04.05.2004

**Aufgabe 1.1:**

Welche mengentheoretischen Beziehungen bestehen zwischen den folgenden Sprachen?

$$L_1 = \{a^n \mid n \geq 0\} \cdot \{b^n \mid n \geq 0\} \cdot \{c^n \mid n \geq 0\},$$

$$L_2 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cdot \{c^n \mid n \geq 0\},$$

$$L_3 = \{a^n \mid n \geq 0\} \cdot \{b^n c^n \mid n \geq 0\},$$

$$L_4 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}.$$

**Aufgabe 1.2:**

Es sei  $\Sigma$  ein Alphabet. Beweisen Sie,

- (a) dass  $\Sigma^*$  abzählbar unendlich ist;
- (b) dass die Menge aller Sprachen über  $\Sigma$  überabzählbar ist.

**Aufgabe 1.3:**

Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die die Vorgängerfunktion berechnet, d.h.

die Funktion  $V : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  vermöge  $V(n) = \begin{cases} n - 1, & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \end{cases}$ .

**Aufgabe 1.4:**

Konstruieren Sie eine Turingmaschine, die die Funktion

$f : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$  vermöge  $f(w) = w \cdot w$  berechnet.

**Aufgabe 1.5:**

Es sei  $M = (Z, \{a, b\}, \{a, b, a', b', \square\}, \delta, z_0, \square, \{q\})$  die Turingmaschine mit  $Z = \{z_0, z_a, z_b, z_1, z_2, z_3, z_f, q\}$  und der folgenden Überföhrungsfunktion  $\delta$ :

	$z_0$	$z_a$	$z_b$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_f$
$\square$	$(z_3, \square, L)$	$(z_1, \square, L)$	$(z_1, \square, L)$	—	—	$(q, \square, R)$	$(z_f, \square, N)$
$a$	$(z_a, a', R)$	$(z_a, a, R)$	$(z_b, a, R)$	$(z_2, \square, L)$	$(z_2, a, L)$	$(z_3, a, L)$	—
$b$	$(z_b, b', R)$	$(z_a, b, R)$	$(z_b, b, R)$	$(z_2, \square, L)$	$(z_2, b, L)$	$(z_3, b, L)$	—
$a'$	—	—	—	$(z_f, \square, N)$	$(z_0, a, R)$	—	—
$b'$	—	—	—	$(z_f, \square, N)$	$(z_0, b, R)$	—	—

Bestimmen Sie die von  $M$  berechnete Funktion  $f_M : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$ .