Logik I für IF04, CV04, IngIF04, WIF04

Übungsblatt 4

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2004/2005

Magdeburg, 18. November 2004

1. Es seien A, B und C beliebige aussagenlogische Ausdrücke. Beweisen Sie, dass dann

   $$(A \to B) \quad \text{und} \quad ((A \wedge \neg B) \to (C \wedge \neg C))$$

   semantisch äquivalent sind.

2. Bestimmen Sie semantisch äquivalente Ausdrücke in konjunktiver Normalform sowie semantisch äquivalente Ausdrücke in disjunktiver Normalform zu den folgenden Ausdrücken. Benutzen Sie dabei je einmal den Algorithmus über die Wahrheitstabellen sowie einmal die Methode des semantisch äquivalentes Umformens.

   a) $((p_0 \to p_1) \wedge p_2)$,
   b) $((p_1 \leftrightarrow p_2) \vee (p_0 \vee p_2))$,
   c) $(((p_0 \wedge p_1) \vee (p_2 \to p_1)) \vee (p_0 \leftrightarrow p_2))$.

3. Eine Alternative $B = (B_1 \vee B_2 \vee \cdots \vee B_n)$ heißt *positiv*, wenn alle B_i, $1 \leq i \leq n$, Variable sind.

   Eine Alternative $B = (B_1 \vee B_2 \vee \cdots \vee B_n)$ heißt *negativ*, wenn alle B_i, $1 \leq i \leq n$, negierte Variable sind.

   a) Beweisen Sie, dass ein aussagenlogischer Ausdruck $A = (A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_m)$ in konjunktiver Normalform, in der keine der Alternativen A_i, $1 \leq i \leq m$, positiv ist, erfüllbar ist.
   b) Beweisen Sie, dass ein aussagenlogischer Ausdruck $A = (A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_m)$ in konjunktiver Normalform, in der keine der Alternativen A_i, $1 \leq i \leq m$, negativ ist, erfüllbar ist.

4. Bestimmen Sie für $k = 0, 1, 2$

   $$\mathrm{res}^k(\{\{p, \neg q, r\}, \{q, r\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, r\}, \{\neg r\}\}).$$