

# Logik I für IF04, CV04, IngIF04, WIF04

## Übungsblatt 6

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow  
im Wintersemester 2004/2005

Magdeburg, 5. Januar 2005

1. Gegeben sei die Signatur  $\mathcal{S}$  mit  $R_1 = \{r\}$ ,  $F_2 = \{f\}$  und  $K = F_1 = R_2 = R_i = F_i = \emptyset$  für  $i \geq 3$ .
  - a) Bestimmen Sie alle Terme  $t$  über  $\mathcal{S}$ , deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 20 ist und die als Variable nur  $x$  enthalten.
  - b) Bestimmen Sie über der Variablenmenge  $\text{var} = \{x, y\}$  alle Terme  $t$  über  $\mathcal{S}$ , deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 12 ist.
  - c) Bestimmen Sie über der Variablenmenge  $\text{var} = \{x, y\}$  alle Ausdrücke  $A$  über  $\mathcal{S}$ , deren Länge (als Wort betrachtet) höchstens 14 ist.
2. Gegeben seien die Signatur  $\mathcal{S}$  durch  $K = \{c\}$ ,  $F_1 = \{f\}$ ,  $R_1 = \{r_1\}$ ,  $R_2 = \{r_2\}$ ,  $F_2 = R_i = F_i = \emptyset$  für  $i \geq 3$ , die Interpretation  $I = (U, \tau)$  durch  $U = \mathbb{N}$  und

$$\begin{aligned}\tau(c) &= 2, & \tau(f) &= F: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad F(n) = n^2, \\ \tau(r_1) &= \{m \mid m \geq 10\}, & \tau(r_2) &= R_{<} = \{(n, m) \mid n < m\}\end{aligned}$$

sowie die Interpretation  $I' = (U', \tau')$  durch  $U' = \{a, b\}^*$ ,  $\tau'(c) = ab$ ,  $\tau'(r_1) = \{u \in \{a, b\}^* \mid u \text{ beginnt mit } a\}$ ,  $\tau'(r_2) = \{(u, v) \mid |u| \leq |v|\}$  sowie

$$\tau'(f) = F': \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^* \quad \text{mit} \quad F'(u) = \begin{cases} aa'u & \text{für } u = au', \\ u & \text{sonst,} \end{cases}$$

und die Belegungen  $\alpha$  bez.  $I$  und  $\alpha'$  bez.  $I'$  mit  $\alpha(x) = 1$  und  $\alpha'(x) = bb$ . Bestimmen Sie die Werte  $w_\alpha^I(A)$  und  $w_{\alpha'}^{I'}(A)$  der Ausdrücke

- a)  $(r_1(f(c)) \wedge r_2(x, f(x)))$ ,
- b)  $(r_2(f(c), x) \vee r_2(c, f(x)))$ ,
- c)  $\forall x(r_1(f(c)) \wedge r_2(x, f(x)))$ ,
- d)  $\exists x(r_1(f(c)) \wedge r_2(x, f(x)))$ .

3. Sei  $\mathcal{S}_1$  die Signatur, die durch

$$K = \emptyset, \quad R_2 = \{r\}, \quad R_1 = F_1 = F_2 = R_i = F_i = \emptyset \quad \text{für } i \geq 3$$

gegeben ist. Ferner seien

$$\begin{aligned}A_1 &= \forall x r(x, x), \\ A_2 &= \forall x \forall y (r(x, y) \rightarrow r(y, x)), \\ A_3 &= \forall x \forall y \forall z ((r(x, y) \wedge r(y, z)) \rightarrow r(x, z)).\end{aligned}$$

Geben Sie Modelle für die folgenden drei Mengen an:

- a)  $\{A_1, A_2, \neg A_3\}$ ,
- b)  $\{A_1, \neg A_2, A_3\}$ ,
- c)  $\{\neg A_1, A_2, A_3\}$ .