Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Fakultät für Informatik
Dr. Ralf Stiebe
email: stiebe@iws.cs.uni-magdeburg.de

2. Übung zur Vorlesung *Theoretische Informatik (IngIF, Berufsschule. Sekundarschule)*
Sommersemester 2006 19.04.2006

Termin: 2.05.2006

Aufgabe 2.1:

Bestimmen Sie für die Turing-Maschine $M = (\{z_0, z_1, z_r, q\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \delta, z_0, \Box, \{q\})$ die von M induzierte Funktion f_M, wobei δ durch folgende Tabelle gegeben ist.

δ	z_0	z_1	z_r
$\Box$	$(z_0, \Box, N)$	$(z_r, \Box, L)$	$(q, \Box, R)$
a	(z_1, a, R)	(z_0, a, R)	(z_r, a, L)
b	(z_1, b, R)	(z_0, b, R)	(z_r, b, L)

Aufgabe 2.2:

Eine Wortfunktion $h : \Sigma^* \to \Delta^*$ heißt *Homomorphismus*, wenn für alle Wörter $v, w \in \Sigma^*$ gilt: $h(vw) = h(v)h(w)$.
Offensichtlich ist ein Homomorphismus $h : \Sigma^* \to \Delta^*$ eindeutig durch die Wörter $h(a), a \in \Sigma$ bestimmt, und es gilt $h(\varepsilon) = \varepsilon, \qquad h(a_1a_2 \cdots a_n) = h(a_1)h(a_2) \cdots h(a_n)$.

(a) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $h : \Sigma^* \to \Sigma^*$ der Homomorphismus mit $h(a) = ab$, $h(b) = aba$, $h(c) = a$. Konstruieren Sie eine Turingmaschine oder eine Mehrband-Turingmaschine, die die Funktion h berechnet.

(b) Beweisen Sie, dass jeder Homomorphismus Turingberechenbar ist.
(Versuchen Sie, Ihre Konstruktion aus dem ersten Teil zu verallgemeinern.)

Aufgabe 2.3:

Konstruieren Sie LOOP-Programme für folgende Funktionen $f_1, f_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ bzw. $f_3 : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$:

(a) $f_1(n) = 2^n$,

(b) $f_2(n) = n^5$,

(c) $f_3(x, y) = \min\{x, y\}$.

Aufgabe 2.4:

Zeigen Sie, dass die Funktion $f_= : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ mit $f_=(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x = y \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
LOOP-berechenbar ist.

Aufgabe 2.5:

Zeigen Sie, dass jede partielle Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, die nur an endlich vielen Stellen definiert ist, WHILE-berechenbar ist.