

Logik für Bachelor IF 07

Übungsblatt 3 (für die 45. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 29. Oktober 2007

1. Untersuchen Sie, welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke Tautologien sind.
 - a) $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3) \vee ((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow \neg p_3)$,
 - b) $((p_1 \wedge p_2) \vee p_3)$,
 - c) $((p_1 \leftrightarrow p_2) \leftrightarrow (\neg p_2 \leftrightarrow \neg p_3))$,
 - d) $(\neg((p_1 \vee p_2) \rightarrow p_3) \vee p_3)$.
2. Bestimmen Sie die Anzahl der Äquivalenzklassen bezüglich der semantischen Äquivalenz in der Menge aller aussagenlogischen Ausdrücke mit den Variablen p_1, p_2, \dots, p_n .
3. Geben Sie die Definitionen der Begriffe *parallele Substitution* und *sequentielle Substitution* und Sätze über diese Substitutionen wider.
4. Beweisen Sie mithilfe der Sätze über parallele und sequentielle Substitution formal und ausführlich, dass die aussagenlogischen Ausdrücke

$$(A \wedge (A \vee B)) \quad \text{und} \quad A$$

für *beliebige* aussagenlogische Ausdrücke A und B semantisch äquivalent sind.

5. Beweisen Sie durch äquivalentes Umformen, dass folgende aussagenlogische Ausdrücke für *beliebige* aussagenlogische Ausdrücke A, B, C und D semantisch äquivalent sind:
 - a) $((A \vee B) \wedge (C \vee D))$ und $\neg((\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge \neg D))$,
 - b) $((A \vee B) \vee (C \vee D))$ und $((A \vee C) \vee (B \vee D))$.
6. Zeigen Sie, dass es zu jedem aussagenlogischen Ausdruck A einen zu A semantisch äquivalenten Ausdruck gibt, für dessen Aufbau neben Variablen und Klammern nur
 - a) \wedge und \neg ,
 - b) \vee und \neg ,
 - c) \rightarrow und \neg benutzt werden.