Logik für Bachelor IF 07

Übungsblatt 4
(für die 46. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 5. November 2007

1. Zeigen Sie, dass es einen aussagenlogischen Ausdruck A gibt, zu dem kein zu A semantisch äquivalenter Ausdruck existiert, für dessen Aufbau nur Variablen, Klammern, $\wedge$ und $\vee$ benutzt werden.

2. Bestimmen Sie semantisch äquivalente Ausdrücke in konjunktiver Normalform sowie semantisch äquivalente Ausdrücke in disjunktiver Normalform zu den folgenden Ausdrücken. Benutzen Sie dabei je einmal den Algorithmus über die Wahrheitstabellen sowie einmal die Methode des semantisch äquivalentes Umformens.

   a) $((p_1 \to p_2) \wedge p_3)$,

   b) $((p_2 \leftrightarrow p_3) \vee (p_1 \vee p_3))$,

   c) $(((p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \to p_2)) \vee (p_1 \leftrightarrow p_3))$.

3. Eine Alternative $B = (B_1 \vee B_2 \vee \cdots \vee B_n)$ heißt *positiv*, wenn alle B_i, $1 \leq i \leq n$, Variable sind.

   Eine Alternative $B = (B_1 \vee B_2 \vee \cdots \vee B_n)$ heißt *negativ*, wenn alle B_i, $1 \leq i \leq n$, negierte Variable sind.

   a) Beweisen Sie, dass ein aussagenlogischer Ausdruck $A = (A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_m)$ in konjunktiver Normalform, in der keine der Alternativen A_i, $1 \leq i \leq m$, positiv ist, erfüllbar ist.

   b) Beweisen Sie, dass ein aussagenlogischer Ausdruck $A = (A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_m)$ in konjunktiver Normalform, in der keine der Alternativen A_i, $1 \leq i \leq m$, negativ ist, erfüllbar ist.

4. Bestimmen Sie für $k = 0, 1, 2$

$$\mathrm{res}^k(\{\{p, \neg q, r\}, \{q, r\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, r\}, \{\neg r\}\}).$$