Logik für Bachelor IF 07

Übungsblatt 5
(für die 47. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 13. November 2007

1. Bestimmen Sie $\mathrm{res}^*(K)$ für

$$K = \{\{p, q, r\}, \{\neg p\}, \{\neg q\}, \{\neg r\}\}.$$

2. Bestimmen Sie $\mathrm{res}^*(K)$ für

$$K = \{\{p, q, r\}, \{\neg p, \neg q, \neg r\}\}.$$

3. Zeigen Sie, dass es zu jeder Zahl $n \in \mathbb{N}$ eine Klauselmenge K über $p_1, p_2, \ldots, p_n$ gibt, für die $\mathrm{res}^{n-1}(K) \neq \mathrm{res}^n(K) = \mathrm{res}^*(K)$ gilt.

4. Sei K eine Klauselmenge über $p_1, p_2, \ldots, p_n$, in der jede Klausel höchstens zwei Elemente enthält. Zeigen Sie, dass $\mathrm{res}^*(K)$ höchstens $2n^2 + n + 1$ Klauseln enthält.

5*. Es sei n eine beliebige positive natürliche Zahl. Bestimmen Sie

$$\mathrm{res}^*(\{\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}, \{\neg p_1, \neg p_2, \ldots, \neg p_n\}\}).$$

6. Wenden Sie den Algorithmus zum Testen der Erfüllbarkeit von Hornausdrücken auf die folgenden Ausdrücke an.

   a) $((\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3) \wedge \neg p_4 \wedge (\neg p_3 \vee p_1) \wedge p_3 \wedge p_2 \wedge (\neg p_5 \vee p_4) \wedge p_5)$,
   b) $((p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3))$.
   c) $((p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3))$.
   d) $((\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \wedge p_1)$.

*Diese Aufgabe zählt nicht zu den zu votierenden Aufgaben.