

# Logik für Bachelor IF 07

## Übungsblatt 10

(für die 2. Kalenderwoche 2008)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow  
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 18. Dezember 2007

1. Geben Sie die Definitionen der Begriffe Unifikator und allgemeinsten Unifikator an.
2. Bestimmen Sie jeweils den allgemeinsten Unifikator für die Ausdrücke

- a)  $r(g(x, b), h(y, g(b, z)))$  und  $r(g(a, u), h(g(b, a), v))$ ,
- b)  $r(g(x, b), h(y, g(b, z)))$  und  $r(g(a, a), h(b, b))$ ,
- c)  $r(g(x, b), h(y, g(b, z)))$  und  $r(g(x, b), h(y, h(b, z)))$ ,
- d)  $r(x, y)$ ,  $r(f(a), g(x))$  und  $r(f(z), g(f(z)))$ .

Hierbei sind  $u, v, x, y, z$  Variablen und  $a, b$  Konstantensymbole.

3. Bestimmen Sie (bis auf Variablenumbenennung) alle Resolventen der Klauseln

$$\{\neg r_1(x, y), \neg r_1(f(a), g(u, b)), r_2(x, u)\} \quad \text{und} \quad \{r_1(f(x), g(a, b)), \neg r_2(f(a), b), \neg r_2(a, b)\},$$

wobei  $a, b$  Konstantensymbole,  $x, y, u$  Variablen,  $r_1, r_2$  Relationssymbole und  $f, g$  Funktionssymbole sind.

4. Es sei die endliche prädikatenlogische Klauselmenge

$$F = \{\{r_1(x), r_2(f(x))\}, \{r_1(y), \neg r_1(f(y))\}\}$$

gegeben, wobei  $x, y$  Variablen,  $r_1, r_2$  Relationssymbole und  $f$  ein Funktionssymbol sind. Man zeige, dass für alle  $n \geq 0$

$$Res^n(F) \neq Res^*(F)$$

gilt.

- 5\*. Beweisen Sie mittels prädikatenlogischer Resolution, dass aus den Gruppenaxiomen

- Assoziativität,
- Existenz eines links-neutralen Elements und
- Existenz eines Links-Inversen

die Existenz eines Rechts-Inversen folgt.

Es ist eine dreistellige Relation  $p(x, y, z)$  gegeben, die  $x \circ y = z$  ausdrückt. Überführen Sie dafür die folgenden Axiome (1), (2), (3) und  $\neg(4)$  über die Skolemform in Klauselform.

- (1)  $\forall x \forall y \exists z p(x, y, z)$  (Abgeschlossenheit)
- (2)  $\forall u \forall v \forall w \forall x \forall y \forall z ((p(x, y, u) \wedge p(y, z, v)) \rightarrow (p(x, v, w) \leftrightarrow p(u, z, w)))$  (Assoziativität)
- (3)  $\exists x (\forall y p(x, y, y) \wedge \forall y \exists z p(z, y, x))$  (Existenz links-neutralen Element und Links-Inverses)
- (4)  $\exists x (\forall y p(x, y, y) \wedge \forall y \exists z p(y, z, x))$  (Existenz Rechts-Inverses)

Verwenden Sie bei der Skolemisierung die Funktionssymbole  $m$  (zweistellig),  $l$  (einstellig),  $r$  (einstellig) sowie das Konstantensymbol  $e$ .

---

\*Diese Aufgabe zählt nicht zu den zu votierenden Aufgaben.