Theoretische Informatik 1 (Bachelor)

Übungsblatt 2
(für die 43. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 16. Oktober 2007

1. Wann heißt eine Funktion

   a) **LOOP/WHILE**-berechenbar (auch als **WHILE**-berechenbar bezeichnet),
   b) **LOOP**-berechenbar?

2. Gibt es Funktionen, die

   a) **LOOP**-berechenbar, aber nicht **WHILE**-berechenbar sind,
   b) **WHILE**-berechenbar, aber nicht **LOOP**-berechenbar sind?

3. Zeigen Sie, dass die Funktionen $\mathrm{pot}\colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, $\mathrm{geq}\colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, $\mathrm{eq}\colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ sowie $\max\colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, definiert für alle $x_1, x_2 \in \mathbb{N}$ durch

   a) $\mathrm{pot}(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$,
   b) $\mathrm{geq}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_1 \geq x_2, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$
   c) $\mathrm{eq}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_1 = x_2, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$
   d) $\max(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 & \text{für } x_1 \geq x_2, \\ x_2 & \text{sonst,} \end{cases}$

   LOOP-berechenbar sind.

4. Zeigen Sie, dass die Funktionen $\mathrm{div}\colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ und $\mathrm{mod}\colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ vermöge

   $$(x, y) \mapsto \mathrm{div}(x, y) = \left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor \qquad \text{sowie} \qquad (x, y) \mapsto \mathrm{mod}(x, y) = x - \left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor \cdot y$$

   WHILE-berechenbar sind.[1]

   Sind die angegebenen Funktionen div und mod (mit eventuellen Änderungen) auch **LOOP**-berechenbar?

5. Es sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ die Funktion mit $f(n) = \lfloor \sqrt{n} \rfloor$ für $n \in \mathbb{N}$.

   Schreiben Sie ein **LOOP/WHILE**-Programm, das f berechnet. Dokumentieren Sie Ihr Programm und begründen Sie dessen Korrektheit.

6. Geben Sie **LOOP/WHILE**-Programme für folgende Konstrukte aus Programmiersprachen an.

   a) **IF** $x_2 > 2$ **THEN** $x_1 := x_1 + x_2$ **ELSE** $x_1 := 0$,
   b) **FOR** $i = 10$ **TO** 20 **DO** $x_1 := i * x_1$.

[1] Dabei sei $\lfloor z \rfloor$ die größte ganze Zahl, die nicht größer als z ist.