Theoretische Informatik 1 (Bachelor)

Übungsblatt 4
(für die 45. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 29. Oktober 2007

0. Die Aufgaben des Übungsblatts 3, die noch nicht besprochen wurden.

1. Beweisen Sie folgende Aussage: Zu jeder Turing-Maschine M gibt es eine Turing-Maschine M', die genau einen Stoppzustand besitzt, nur die Kopfbewegungen R und L ausführen kann (also die Überführungsfunktion $\delta' : (Z' \setminus Q') \times (X' \cup \{*\}) \to Z' \times (X' \cup \{*\}) \times \{R, L\}$ besitzt) und $f_M = f_{M'}$ erfüllt.

2. Zeigen Sie, dass es zu jeder Turing-Maschine M eine Turing-Maschine M' mit

$$f_{M'}(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } f_M(w) \text{ definiert ist,} \\ \textit{nicht definiert} & \text{sonst} \end{cases}$$

gibt.

3.* Eine Menge R heißt genau dann *rekursiv-aufzählbar*, wenn es eine Turing-berechenbare Funktion gibt, deren Definitionsbereich R ist. Beweisen Sie, dass die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$, die genau zwei Vorkommen des Buchstaben a enthalten, rekursiv-aufzählbar ist.

4. Es sei D die Menge aller „korrekt geklammerten“ Wörter über $\{a, b\}$, wobei a für eine öffnende Klammer und b für eine schließende Klammer steht. Zum Beispiel sind die Wörter

$$a^2b^2, \quad abab, \quad a^2baba^2b^3 \qquad \text{stehend für} \qquad (()), \quad ()() \quad \text{sowie} \quad (()()(()))$$

in der Menge D, während die Wörter

$$a^2b, \quad ba, \quad ab^2a \qquad \text{stehend für} \qquad ((), \quad)(\quad \text{sowie} \quad ())($$

nicht in der Menge D sind. Beweisen Sie, dass die Funktion $f : \{a, b\}^* \to \{a, b\}^*$, definiert durch

$$f(w) = \begin{cases} a & \text{für } w \in D, \\ b & \text{sonst,} \end{cases}$$

Turing-berechenbar ist.

*Diese Aufgabe zählt nicht zu den zu votierenden Aufgaben.