Theoretische Informatik 1 (Bachelor)

Übungsblatt 6
(für die 47. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. J. Dassow
im Wintersemester 2007/2008

Magdeburg, 13. November 2007

1. Eine Menge $A \subseteq X^*$ heißt *semi-entscheidbar*, falls die „halbe" charakteristische Funktion von A, nämlich $\chi'_A\colon X^* \to \{0,1\}$, berechenbar ist. Hierbei ist für alle $w \in X^*$:

$$\chi'_A(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in A, \\ \textit{nicht definiert} & \text{falls } w \notin A, \end{cases}$$

   Man beweise: Eine Menge $A \subseteq X^*$ ist entscheidbar genau dann, wenn sowohl die Menge A als auch ihr Komplement $\overline{A}$ (also $X^* \setminus A$) semi-entscheidbar sind.

2. Finden Sie für folgende Belegungen des Postschen Korrespondenzproblems über dem Alphabet $\{a, b\}$ Lösungen oder zeigen Sie, dass es keine Lösungen gibt.

   a) $\{(a, aa), (bb, b), (a, bb)\}$,
   b) $\{(a, aaa), (aab, b), (abaa, ab)\}$,
   c) $\{(ab, a), (ba, bab), (b, aa), (ba, ab)\}$,
   d) $\{(ab, aba), (baa, aa), (aba, baa)\}$,

3. Beweisen Sie, dass das Problem

   Gegeben: Alphabet X, $n \geq 1$,
   $\{(u_1, v_1), (u_2, v_2), \ldots, (u_n, v_n)\}$ mit $u_i, v_i \in X^+$ und $|u_i| = |v_i|$ für $1 \leq i \leq n$,
   Frage: Gibt es eine Folge $i_1 i_2 \ldots i_k$ mit $k \geq 1$, $1 \leq i_j \leq n$ für $1 \leq j \leq k$ und $u_{i_1} u_{i_2} \ldots u_{i_k} = v_{i_1} v_{i_2} \ldots v_{i_k}$?

   entscheidbar ist.

4*. Beweisen Sie, dass das Problem

   Gegeben: Alphabet X mit $|X| = 1$, $n \geq 1$,
   $\{(u_1, v_1), (u_2, v_2), \ldots, (u_n, v_n)\}$ mit $u_i, v_i \in X^+$ für $1 \leq i \leq n$,
   Frage: Gibt es eine Folge $i_1 i_2 \ldots i_k$ mit $k \geq 1$, $1 \leq i_j \leq n$ für $1 \leq j \leq k$ und $u_{i_1} u_{i_2} \ldots u_{i_k} = v_{i_1} v_{i_2} \ldots v_{i_k}$?

   entscheidbar ist.

5*. Beweisen Sie, dass das Problem

   Gegeben: Turing-Maschine M,
   Frage: Stoppt M bei leerem Wort als Eingabe?

   unentscheidbar ist.

   Hinweis: Benutzen Sie das Halteproblem für Turing-Maschinen.

*Diese Aufgabe zählt nicht zu den zu votierenden Aufgaben.